МЕТРИЧЕСКИЙ ТЕНЗОР ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НОВОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ (НРТПВ)

К.т.н. Мамаев А. В.

НРТПВ является совокупностью преобразований координат и времени (1)-(1а) (2)-(2а) между двумя равноправными, но не эквивалентными инерциальными системами отсчета (ИСО) – **движущейся** и **неподвижной,** и следствий из них.

(1)	$C_u t = \Gamma(C_0 t' + Bx')$, $x = \Gamma(x' + BC_0 t')$, $y = y'$, $z = z'$,	(1а)	$C_0 t' = \Gamma(C_u t - Bx)$, $x' = \Gamma(x - BC_u t)$, $y' = y$, $z' = z$,	Движущейся является ИСО ***x, y, z, t*** , а ИСО ***x′, y′, z′, t′*** – покоящаяся.

(2)	$C_u t' = \Gamma(C_0 t - Bx)$, $x' = \Gamma(x - BC_0 t)$, $y' = y$, $z' = z$,	(2а)	$C_0 t = \Gamma(C_u t' + Bx')$, $x = \Gamma(x' + BC_u t')$, $y = y'$, $z = z'$,	Движущейся является ИСО ***x′, y′, z′, t′,*** а ИСО ***x, y, z, t,*** – покоящаяся.

где $\Gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-B^2}}$, $B = u / C_u$, $C_u = C_0\sqrt{1+u^2/C_0^{\,2}}$, u – скорость относительного движения двух ИСО. В одной ИСО координаты и время события обозначаются штрихованными латинскими буквами (***x′, y′, z′, t′***) в другой ИСО – нештрихованными латинскими буквами (***x, y, z, t***). **В неподвижной ИСО свет распространяется со скоростью** C_0, **а в движущейся ИСО свет распространяется со скоростью** $C_u = C_0\sqrt{1+u^2/C_0^{\,2}}$.

Замечательной особенностью преобразований (1)-(1а) и (2)-(2а) является то, что показания часов, покоящихся в начале координат **покоящейся** ИСО, всегда оказываются совпадающими с показаниями любых из часов из **движущейся** ИСО (все часы в движущейся ИСО предполагаются синхронизированными друг с другом эйнштейновским способом), с которыми эти покоящиеся часы оказываются в одной точке пространства. Это хорошо видно по тому, что, подставив в уравнение (1) значение $x' = 0$, получим $t = t'$, или по тому, что, подставив в уравнение (2) значение $x = 0$, получим $t' = t$. Весьма замечательно также и то, что длина движущегося тела, измеренная из той ИСО, относительно которой это тело движется, оказывается в Γ раз меньшей, чем собственная длина этого тела. Это благодаря тому, что события, которые являются одновременными в покоящейся ИСО, в движущейся ИСО оказываются неодновременными и наоборот – события, которые являются одновременными в движущейся ИСО, в покоящейся ИСО оказываются неодновременными.

Рассмотрим в псевдоевклидовом пространстве с метрическим тензором

(3) $\quad g'_{00} = 1, \quad g'_{11} = g'_{22} = g'_{33} = -1, \quad g'_{ik} = 0 \quad$ при $\quad i \neq k$, (где $i, k = 0, 1, 2, 3$),

т. е. с квадратом интервала

(4) $\quad dS^2 = C_0^{\,2} dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2$,

преобразование координат и времени НРТПВ (1) - (1а).

Взяв дифференциалы от левых и правых частей преобразований (1а), обратных по отношению к преобразованиям (1), получим (поскольку скорость u для случая ИСО является постоянной величиной):

$$(5)\qquad \begin{aligned} C_0 dt' &= \Gamma C_u dt - \Gamma B dx, \\ dx' &= \Gamma dx - \Gamma B C_u dt, \\ dy' &= dy, \\ dz' &= dz, \end{aligned} \quad .$$

Подставляем значения дифференциалов (5) в выражение для интервала (4), получим

$$(6)\qquad dS^2 = (\Gamma C_u dt - \Gamma B dx)^2 - (\Gamma dx - \Gamma B C_u dt)^2 - dy^2 - dz^2 .$$

Учитывая, что $\Gamma^2 = 1/(1 - B^2)$, после возведения скобок в правой части интервала (6) в квадрат и приведения подобных членов, получим

$$(7)\qquad dS^2 = C_u{}^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 .$$

Докажем, что в выражении (7) составляющие метрического тензора будут равны

(8) $\qquad g_{00} = 1, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$, а также $g_{ik} = 0$ при $i \neq k$ (где i, k = 0, 1, 2, 3).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Для этого записываем только что выведенное уравнение инвариантности интервала в двух рассматриваемых ИСО

$$(9)\qquad dS^2 = C_0{}^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 = C_u{}^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Пусть мы не знаем, чему равна составляющая g_{00} (в справедливости значений других компонент метрического тензора (8) сомнений не возникает). Но для любых преобразований величина четырехмерного объема инвариантна (см. **Обсуждение** ниже, а также с. 66 книги Логунов А. А. Лекции по теории относительности и гравитации. Современный анализ проблемы. Изд-во МГУ. 1985), то есть

$$(10)\qquad \sqrt{-g'} \cdot C_o \cdot dt' \cdot dx' \cdot dy' \cdot dz' = \sqrt{-g} \cdot C_u dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz ,$$

где

$$(11)\qquad g' = g'_{00} \cdot g'_{11} \cdot g'_{22} \cdot g'_{33} = -1$$

есть определитель метрического тензора (3);

$$(12)\qquad g = g_{00} \cdot g_{11} \cdot g_{22} \cdot g_{33} = -g_{00}$$

есть определитель метрического тензора (8) с неизвестной величиной g_{00}.
Учтем также, что согласно НРТПВ

(13) $C_u = \Gamma C_o$;

(14) $dt = dt'$,

что вытекает из преобразований (1) при $dx' = 0$ (для одноместных в покоящейся ИСО событий);

(15) $dx = dx' / \Gamma$,

что вытекает из преобразования (1а) при $dt = 0$ (для событий, одновременных в движущейся ИСО);

(16) $dy = dy'$, $dz = dz'$,

что вытекает из преобразования (1).

Подставляем значения (11) … (16) в уравнение (10). Получим

(17) $$C_0 \cdot dt' \cdot dx' \cdot dy' \cdot dz' = \sqrt{g_{oo}} \cdot C_0 \cdot dt' \cdot dx' \cdot dy' \cdot dz'.$$

Следовательно,

(18) $g_{00} = 1$.

Таким образом, мы доказали, что метрический тензор g_{ik} (8) совпадает с диагональным единичным метрическим тензором (3).

Следовательно, преобразования координат и времени НРТПВ осуществляют преобразования в псевдоевклидовом пространстве-времени с форминвариантным диагональным единичным метрическим тензором.

ОБСУЖДЕНИЕ

Приведенное выше доказательство может показаться несостоятельным. Но это обусловлено тем, что мы пытаемся применить положения СТО к НРТПВ. Чтобы окончательно в этом убедиться, рассмотрим такую чисто математическую задачу – определим составляющие метрического тензора для произвольного преобразования координат и времени вида

(19)
$$\begin{aligned} C_u t &= \Gamma(C_u t' + Bx'), \\ x &= \Gamma(x' + BC_u t'), \\ y &= y', \\ z &= z', \end{aligned}$$

(19а)
$$\begin{aligned} C_u t' &= \Gamma(C_u t - Bx), \\ x' &= \Gamma(x - BC_u t), \\ y' &= y, \\ z' &= z, \end{aligned}$$

где $\Gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-B^2}}$, $B = u / C_u$, $C_u = C_0\sqrt{1 + u^2 / C_0^{\,2}}$, u – скорость относительного движения двух ИСО.

Преобразования (19)-(19а), **которые тоже не запрещают движение со сверхсветовой скоростью**, не являются преобразованиями НРТПВ, поскольку в них скорость света зависит от скорости относительного движения двух ИСО не только в движущейся ИСО (как в НРТПВ), но и в покоящейся ИСО.

Преобразования (19)-(19а) не являются также и преобразованиями Лоренца из СТО, поскольку в них везде, где в преобразованиях Лоренца стоит константа Со, стоит функция

Cu, **хотя для них также справедливо утверждение о замедлении времени в движущейся ИСО**.

Итак, записываем выражение для интервала в нештрихованной ИСО из преобразований (19)

(20) $$dS^2 = C_u{}^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 .$$

Берем дифференциалы от правой и левой частей преобразований (19) – (19а)

(21) $$\begin{aligned} C_u dt &= \Gamma(C_u dt' + B dx'), \\ dx &= \Gamma(dx' + BC_u dt'), \\ dy &= dy', \\ dz &= dz'. \end{aligned}$$

(21а) $$\begin{aligned} C_u dt' &= \Gamma(C_u dt - B dx), \\ dx' &= \Gamma(dx - BC_u dt), \\ dy' &= dy, \\ dz' &= dz, \end{aligned}$$

И подставляем дифференциалы (21) в интервал (20). Получим

(22) $$dS^2 = \Gamma^2 (C_u dt' + B dx')^2 - \Gamma^2 (dx' + BC_u dt')^2 - dy'^2 - dz'^2$$

После возведения в квадрат скобок в правой части выражения (22), приведения подобных членов и учитывая, что $\Gamma^2 = 1/(1 - B^2)$, получим

(23) $$dS^2 = C_u{}^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 .$$

Каковы будут составляющие метрического тензора в интервалах (20) и (23)? Очевидно, что метрический тензор как для интервала (20), так и для интервала (23) является диагональным.

Можно долго спорить о том, равны ли составляющие g_{00} и g'_{00} в интервалах (20) и (23) единице, но в данном конкретном случае нас интересует не этот вопрос, а **является ли инвариантным четырехмерный объем** для произвольных преобразований (19).

Запишем равенство четырехмерного объема для преобразований (19), которое требуется доказать, используя значения дифференциалов (21)-(21а)

(24) $$C_u \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = C_u \cdot dt' \cdot dx' \cdot dy' \cdot dz' .$$

Определяем из выражений (21) – (21а) значения

(25) $$dt' = \Gamma dt , \quad dx' = dx / \Gamma , \quad dy' = dy , \quad dz' = dz$$

(аналогично тому, как мы это делаем для преобразований Лоренца) и подставляем значения (25) в правую часть равенства (24). Получаем

(26) $$C_u \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = C_u \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz ,$$

то есть инвариантность четырехмерного объема для произвольного преобразования (19) является доказанной и утверждение об инвариантности четырехмерного объема для произвольных преобразований мы можем использовать для нахождения метрического тензора преобразований НРТПВ [см. выше выражение (10)].