4.5-4. Правила дифференцирования. В табл. 4.5-2 перечислены наиболее важные правила дифференцирования. Формулы из табл. 4.5-2, a и b применимы и при вычислении частных производных, если в каждом случае вместо $\frac{d}{dx}$ писать $\frac{\partial}{\partial x}$. Так, если

$$u_i = u_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

то

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(u_1, u_2, \ldots, u_m) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \quad (k = 1, 2, \ldots, n). \qquad (4.5\text{-}10)$$

Умножая каждую формулу из табл. 4.5-2, a и b на dx или на dx^2, получаем аналогичные правила для вычисления *полных дифференциалов* (см. также п.4.5-3); так,

$$d(u+v) = du + dv, \quad d(uv) = v\,du + u\,dv. \qquad (4.5\text{-}11)$$

Правила дифференцирования интегралов указаны в табл. 4.6-1, а дифференцирования бесконечных рядов — в п. 4.8-4, c.

Комментарий Мамаева А. В.

Если в формуле (4.5-10) рассматривать функцию $z = f(u_1, u_2)$, зависящую только от двух переменных

$$u_1 = x(x', t') \quad (M1)$$

и

$$u_2 = t(x', t'), \quad (M2)$$

т.е. если $x_1 = x'$, $x_2 = t'$ то она примет вид

$$\frac{\partial f(u_1, u_2)}{\partial x_k} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x_k} + \frac{\partial f}{\partial u_2}\frac{\partial t}{\partial x_k} \quad (\text{где } k = 1, 2) \quad (M3)$$

поскольку k=1, 2 то эта формула (M3) превращается в две формулы

$$\frac{\partial f(u_1, u_2)}{\partial x'} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x'} \quad (П3.18)$$

$$\frac{\partial f(u_1, u_2)}{\partial t'} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t'} + \frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial t'} \quad (П3.19)$$

а это и есть формулы (П3.18) и (П3.19) из моей страницы http://www.acmephysics.narod.ru/b_r/r16_1.htm .